XVIII Edición de las Olimpiadas de la Sociedad Ecuatoriana de Matemática

Junio 2023

SEDEM
Sociedad Ecuatoriana de Matemática

SOCIEDAD ECUATORIANA DE MATEMÁTICA

Directorio 2023
Presidente: Nicola Di Teodoro
Vicepresidente: Diego Recalde
Secretario: Luis Miguel Torres
Tesorero: Pedro Merino
Vocales principales: María Fernanda Salazar, Eduardo Alba, Sofía López, Wilfredo Angulo.
Vocales suplentes: David Hervas, Fernando Gómez, David Villacís, Luis Cuenca.

Comisiones para la elaboración de las preguntas de la XVIII edición de la Olimpiada Matemática
Coordinador General: Fernando Gómez.
Categoría infantil, niveles 1 y 2: Diego Recalde (coordinador), Sandra Gutiérrez, Emilio Rosado, Ramiro Torres.
Categoría juvenil, niveles 1, 2 y 3: Fernando Gómez (coordinador), David Hervas.

Sedes de la XVIII edición de la Olimpiada Matemática
QUITO
Escuela Politécnica Nacional (Categoría Juvenil)
Universidad San Francisco de Quito (Categoría Infantil)

CUENCA
Universidad Católica de Cuenca

GUAYAQUIL
Escuela Politécnica del Litoral

IBARRA
Universidad Yachay Tech

LATACUNGA
Universidad Técnica de Cotopaxi

LOJA
Universidad Técnica Particular de Loja

MACHALA
Unidad Educativa Santa María

PORTOVIEJO
Universidad Técnica de Manabí

Página web de la SEdeM
Roberto Alvarado y Pablo Padilla.

Desarrollo del sistema web de la SEdeM
Roberto Alvarado y Pablo Padilla.

Instituciones colaboradoras
Escuela Politécnica Nacional, Universidad San Francisco de Quito, Universidad Técnica Particular de Loja, Universidad Católica de Cuenca, Universidad Yachay Tech, Universidad Técnica de Cotopaxi, Escuela Politécnica del Litoral, Universidad Técnica de Manabí, Unidad Educativa Santa María y Olimpiada Matemática Ecuatoriana OMEC.

Edición de esta compilación: Fernando Gómez y Nicola Di Teodoro
Edición de las pruebas de las Olimpiadas: Fernando Gómez y Nicola Di Teodoro
Preparación del documento en LaTeX: Fernando Gómez y Nicola Di Teodoro
Diseño de la portada: Julio Erazo
Primer tiraje: 200 ejemplares.
Junio 2023

Colaboradores

La SEdeM agradece enormemente a los colaboradores de este evento por su ardua labor ya que sin su ayuda no sería posible ejecutarlo.

Colaboradores por Sede de la XVIII edición de la Olimpiada Matemática

Universidad Católica de Cuenca (UCACUE) - Cuenca
María Eugenia Velázquez Cobo (coordinadora), Sonia Patricia Donoso Correa, Diana Esperanza Pinduisaca, María del Cisne Aguirre Ullauri, Juan Pablo Pazmiño Piedra, Enma Alexandra Espinosa Igñigues, Magdalena Emilia Ordóñez Gavilanes, Dora Elizabeth Jiménez Rivas, Carmen Viviana Matute Guzmán, María Fernanda Cajas Jaramillo, Cristina Marcela Rubio Flores, Johanna Elizabeth Machuca Alvarracín, Melissa Carolina Rodas Bustamante, Johnny Mauricio Zhuño Lazo.

Escuela Politécnica del Litoral - Guayaquil
Luz Elimar Marchán Mendoza (coordinadora), María Nela Pastuizaca-Subdecana, Nelson Córdova, Franca Laveglia, Isaac Mancero, Fernando Mejía, Lourival Rodríguez, Luz Rodríguez, Liliana Pérez, Ebner Pineda, Domingo Quiróz, Jonathan Solís, Jorge Vielma, Kerly Benavides, Adonis Barzola, Suanny Casares, José Díaz.

Universidad YachayTech - Ibarra
Eusebio Ariza García (coordinador), Luis Mario Arteaga, Franklin Camacho, Christian Chávez, Alexis Chicaiza, Jhon Duta, Edwin Hurtado, Emely Hurtado, Mireya Hurtado, Saba Infante, Raúl Manzanilla, Kevin Montero, Ray Moya, Horus Román, Bladimir Ruiz, Carmen Judith Vanegas, Walter Vera.

Universidad Técnica de Cotopaxi (UTC) - Latacunga
Víctor Medina (coordinador), Mauro Albarracín, Jessica Castillo, Jennifer Defaz, Jennifer Sangucho, Bolivar Yugcha, Saul Arequipa, Anthony Suárez, Gregory Tipán, Kevin Vaca, Stiven Cañar, Kelly Chicaiza.

Universidad Técnica Particular de Loja - Loja
Luis Alberto Cuenca Macas (coordinador), Nora Esperanza Parra Celi, Antonio Arquímides Ramírez González, Osler Querubín Valarezo Marín, Dennis Alcívar Tacúri Salazar, Wilson Elías Guanoquiza Cando, Cesar Willam Granda Lazo, Euler Salvador Granda Lasso, Carlos Enrique Piedra, José Edmundo Sánchez Romero.

Unidad Educativa Santa María (UESM) - Machala
Alexandra Molina Rosales (coordinadora), Luis Serrano Sarango (coordinador), Gabriela Alejandra Guachamín Celi, Maryuri Mariana Molina Rosales, Jordan Steven Salazar Melo, Bryan Alexander Suquilanda Villavicencio, Pablo Alejandro Veintimilla Ramírez, Ana Magdalena Vera Cedillo, Madelaine Elizabeth Lascano Torres.

Universidad Técnica de Manabí (UTM) - Portoviejo
Oswaldo Larreal (coordinador), Octavio Zorrilla, Ulbio Durán Pico, Glay Cedeño, Douglas Verduga, Miguel Lapo, Yandri Guerrero, Emanuel Muñoz, Carlos Aray, Luis Zambrano, Fabrina Mendoza, Cristhian Martínez, Benjamin De Zayas, Rosalba Bravo, José Luis Vergara, Wilmer Barrera, Monica Daniela Barreiro, Olga Mendoza, Edward Gutierrez.

Escuela Politécnica Nacional (EPN) - Quito
Diego Fernando Recalde Calahorrano (coordinador), Maribel Kateryn Herrera Terán, Sandra Elizabeth Gutierrez Pombosa, Luis Miguel Torres Carvajal, Myrian Janeth Guanoluiza Llive, Walter Sebastián Ávalos Simaliza, Erika Daniela Borja Procel, Juan Sebastián Chauca Miranda, Welingthon Daniel Cóndor Paredes, Xavier Alexander

Gallardo Cruz, Nataly Vanessa Gómez Pozo, Stalin Daniel Haro Simbaña, Karen Milena Palacios Rodríguez, Doménica Estefanía Pérez Guayasamín, Nayeli Anahí Preciado Galván, Cristian Daniel Rocha Nepas, Paula Dayanara Romero Araque, Juan Carlos Toaquiza Castro, Bryan Rigoberto Valencia Atuesta, Gabriela Estefanía Pullas Barriga.

UNIVERSIDAD SAN FRANCISCO DE QUITO - QUITO
Anabelle Chacón, Carlos Jiménez, Cernelia Rojas, Christian Palma, David Hervas, Eduardo Alba, Esteban Morillo, Gustavo Perla, Israel Cevallos, Israel Pineda, Jhon Skukalek, Juan Romero, Julio Ibarra, Katia Bolaños, Leonel Castro, María Villegas, Nicola Di Teodoro, Patricio Valencia, Patricio Zurita, Ricardo Mayorga, Svetlana Arvakoba, Verónica Cisneros, Víctor Herrera, Yomaira Otero,

Índice general

Presentación

La Olimpiada de Matemática de la Sociedad Ecuatoriana de Matemática (SEdeM) es un evento anual que pretende ejercer una influencia positiva en niños, niñas y jóvenes; despertando en los participantes un genuino interés por las matemáticas que los incite a descubrir su belleza y aplicaciones en diversos campos en el futuro. La XVIII edición se ha realizado con éxito, gracias a la colaboración de cientos de personas convencidas de que este concurso no solo fortalece las competencias matemáticas de los estudiantes, sino que también inciden en su confianza, su motivación y el uso de la creatividad en la solución de problemas; herramientas útiles en diversas esferas de la vida.

Con gran satisfacción informamos que en esta edición se contó con la participación de nueve sedes en las ciduades de Ibarra, Quito, Latacunga, Cuenca, Loja, Guayaquil, Machala y Portoviejo; teniendo representación de todas ellas en los cuadros de ganadores de medallas y menciones de honor. Esto muestra que existe talento de quienes gustan de la Matemática desde tempranas edades a lo largo de todo el país. ¡Enhorabuena!

Este documento contiene el detalle de los colaboradores de cada sede a quienes reiteramos nuestro agradecimiento, el Cuadro de Honor de la olimpiada, y los ejercicios y soluciones de las pruebas de la XVIII edición de la Olimpiada de la Sociedad Ecuatoriana de Matemática (SEdeM), cuyo fin es servir tanto para la revisión de los participantes de esta edición como para entrenamiento en futuras ediciones.

Extendemos nuestra felicitación a todos los participantes de esta Olimpiada, a sus profesores y padres o representantes, por el apoyo que les brindan, pues la competición va más allá del resultado final, los objetivos incluyen cultivar el pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas complejos, el crecimiento personal, la discipina, el forjar habilidades de comunicación, entre otros. Gracias por hacer que esta fiesta matemática crezca año tras año.

De manera especial, felicitamos a los ganadores de esta Olimpiada. Esperamos que sigan desarrollando su talento, que su logro les motive a seguir participando en futuras ediciones de las Olimpiada de Matemática de la SEdeM y a conocer más de lo que es la Matemática como carrera profesional.

Fernanda Salazar
Coordinadora de la XVIII Olimpiada de Matemática de la SEdeM.

CUADRO DE HONOR DE LA XVIII EDICIÓN

Primer Nivel Infantil

Medallas

MEDALLA	NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
ORO	Ana Isabel	Erazo Placencia	Colegio Alemán Quito	Quito
	Félix Antonio	Matheus Hogan	Johannes Kepler	Quito
	Mila Lucía	Torres Baez	Colegio Alemán Quito	Quito
	Matías David	Torres López	Colegio Alemán Quito	Quito
PLATA	Juan Diego	Calderón Freire	Johannes Kepler	Quito
	Nicolás Agustín	Castro Sotomayor	Colegio Alemán Quito	Quito
	Nicolás Eduardo	Chuquizán Navarrete	Johannes Kepler	Quito
	Juan Fernando	Drouet Parra	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Tomás	Galarza Hurtado	Colegio Alemán Quito	Quito
	Emilia Valentina	Naranjo Guerrero	Tania Salomé Guerrero	Quito
BRONCE	Daniel Eduardo	Aguilera Córdova	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
	Carlos Maximiliano	Casanova García	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
	Pablo Martín	Constante Balseca	Unidad Educativa Oxford	Salcedo
	Matheo Gabriel	Culqui Santo	Unidad Educativa Cerit	Latacunga
	Julián	Escobar Pástor	Colegio Alemán Quito	Quito
	Krystel Valentina	Jaramillo Castillo	Escuela De Educación Básica Particular Montessori	Loja
	Jose Joel	Morocho Ramón	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Ámbar Fiorella	Naranjo Merino	Unidad Educativa Particular Bilingüe Cardenal Spellman	Quito
	Eva Patricia	Padilla Vélez	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Tito Nicanor	Palacios Montesinos	Colegio Alemán Quito	Quito
	Matthew Salvador	Pesántez Agila	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
	Pablo Tadeo	Ponce Balcazar	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Emilio Alejandro	Rojas Silva	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Martín Eduardo	Sánchez Páez	Torremar	Daule
	Mia Isabella	Tapia González	Escuela De Educación Básica Particular San Francisco	Loja

Mención Honorífica

NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
Ivanna Edurne	Aguilera Córdova	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
Heidy Mabel	Alvarado Bravo	Unidad Educativa Particular Bilingue Interamericano	Guayaquil
Juan David	Arévalo Villavicencio	Colegio Terranova	Quito
Mila	Cadena Izurieta	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo
Sofia Isabel	Calvas Castro	Escuela De Educación Básica Domingo Savio	Loja
Juan Diego	Carranco Garrido	Johannes Kepler	Quito
Pablo Nicolás	Castillo López	Johannes Kepler	Quito
Carlos Isaías	Castro González	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
John Camilo	Chamba Orellana	Escuela De Educación Básica Domingo Savio	Loja
Miguel Angel	Chavez Lapo	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
Henry Eduardo	Chica Guadamud	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
Nayeli Del Cisne	Cruz Mora	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
Emilia Guadalupe	Espinoza Cepeda	Johannes Kepler	Quito
Isabella Luciana	Espinoza Cepeda	Johannes Kepler	Quito
Yandry Samuel	Guerrero Vinueza	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo
Angel Josué	Guzmán Mejía	Johannes Kepler	Quito
Amanda Gabriela	Guzmán Sotomayor	Unidad Educativa Santa María	Machala
Joaquín Emiliano	Herrera León	Johannes Kepler	Quito
Corral Rivero	Ian Dominic	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo
Aldo Nicolás	Márquez De La Plata Ycaza	Torremar	Daule
Isaac Martín	Mena Guerrero	Unidad Educativa Particular La Colina	Ibarra
Luis Alberto	Mena Morán	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
María Paz	Merino Robalino	Johannes Kepler	Quito
Paul	Moscoso	Colegio Terranova	Quito
Lenin Emilio	Ortega Avilés	Liceo José Ortega Y Gasset	Quito
Mateo Zaid	Proaño Silva	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Carlos Nicolás	Quinteros Moya	Unidad Educativa Cerit	Latacunga
Emiliano	Quisaguano Quintana	Colegio Becquerel	Quito
Juan Sebastián	Rodríguez Casal	Torremar	Daule
Juan Martin	Salvador Lopez	Unidad Educativa El Sauce	Quito
Mathias Gabriel	Vivanco Torres	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
Fernando	Zambrano Rodriguez	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo

Segundo Nivel Infantil

Medallas

MEDALLA	NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
ORO	Felipe Santiago	Aguilar Banchón	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
	Thomas Emiliano	Esparza Cárdenas	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
	Juan Diego	Espinosa Bustos	Ism North	Quito
	Briana Amalia	Salvador Fernández	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
	Isabella	Valencia	Unidad Educativa Particular Bilingüe Ángel Polibio Chaves	Alangasí
	Ana Paula	Zambrano Corredor	Unidad Educativa Particular Bilingue Interamericano	Guayaquil
PLATA	Tadeo Fernando	Aguilar Armijos	Escuela De Educación Básica Particular San Francisco	Loja
	Eduardo Nicolás	Brito Sigcha	Unidad Educativa República Federal Suiza	Quito
	Pedro Joaquín	Córdova Segovia	Colegio Católico José Engling	Quito
	Juan Pablo	Crausaz Carranza	Torremar	Daule
	Nicolás Mateo	Guasgua Izquierdo	Unidad Educativa República Federal Suiza	Quito
	Alejandro	Llumiquinga	Unidad Educativa Particular Bilingüe Ángel Polibio Chaves	Alangasí
	Aaron Asiry	Muenala Chicaiza	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
	Paola Daniela	Rueda Villacís	Bilingual Christian School Nuevo Amanecer	Quito
	Cesar Paúl	Simba Tipanguano	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
BRONCE	Isabela Valentina	Aguilar Armijos	Escuela De Educación Básica Particular San Francisco	Loja
	Maximiliano Andrés	Alonso Parada	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Emily Camyla	Arreaga Holguín	Unidad Educativa Stella Maris	Manta
	Agustín Alejandro	Calderon Bustamante	Punto De Partida	Loja
	Josué Vicente	Castillo Rodríguez	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
				Loja
	José Daniel	Cuadrado Moreno	Ism Quito	Quito
	Matías Andrés	Granados Martínez	Torremar	Daule
	Leonardo José	Guerrero Loffredo	Torremar	Daule
	Francisco Javier	Guerrón Ceballos	Torremar	Daule
	Emmanuel Andrés	Loor Gallo	Liceo Campo Verde	Quito
	Gabriela Abigail	Pabón Vásconez	Unidad Educativa Los Arrayanes	Ibarra
	José Mathías	Peñaherrera Martínez	Liceo Campo Verde	Quito
	Juan Manuel	Pontón Rodríguez	Colegio Intisana	Quito
	Mathias Gabriel	Rodríguez Contreras	Unidad Educativa Stella Maris	Manta
	Felipe Javier	Sánchez Soria	Liceo José Ortega Y Gasset	Quito
	Aarón Alejandro	Valencia Grieco	Unidad Educativa Particular La Colina	Ibarra
	Benjamín Isaías	Vivanco Parra	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
	Leonardo	Zapatier Pérez	Unidad Educativa Particular Bilingüe Logos Academy	Guayaquil

Mención Honorífica

NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
Victoria Isabella	Aguirre Armijos	Colegio Alemán Quito	Quito
Diego Rafael	Álvarez Vega	Torremar	Daule
Felipe Alejandro	Bolaños Miño	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
Yannich Xavier	Buitrón Elias	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Diego Benjamín	Cabrera Cevallos	Unidad Educativa Particular La Colina	Ibarra
Pablo Joaquín	Calero Gribensk	Academia Cotopaxi	Quito
Juan Daniel	Callejas Petruska	Atenas	Ambato
Paula Valentina	Chávez Acosta	Unidad Educativa El Sauce	Quito
Analiah	Córdova López	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo
Doménica Nycole	Cueva Achig	Unidad Educativa Los Arrayanes	Ibarra
Camila Jamileth	Erazo Quituisaca	Punto De Partida	Loja
Romulo Anibal	Greene	Ism Quito	Quito
Martín	Guarderas Jauregui	Colegio Católico José Engling	Quito
Miguel Nicolás	Guevara Martínez	Colegio Intisana	Quito
Karol Monserrat	Hurtado Caraguay	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
Danna Luciana	Iñiguez Maza	Punto De Partida	Loja
Luciana Isabel	Landázuri Fernández	Liceo Campo Verde	Quito
José María	León Granja	Colegio Católico José Engling	Quito
Mateo Calef	Llumiquinga Cangahuamin	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Fiorella	Luzuriaga Sarmiento	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
Joaquín Andrés	Macancela Romero	Torremar	Daule
Agustin	Mantilla	Unidad Educativa Particular Bilingüe Ángel Polibio Chaves	Alangasí
Juan Martín	Marcial Terán	Colegio Intisana	Quito
María Paz	Martínez	Unidad Educativa Particular Bilingüe Ángel Polibio Chaves	Alangasí
Doménica Antonella	Naht Muñoz	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
Zamira Yandi	Navarrete Aguirre	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Thomas Alexander	Obando Páez	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
Felipe David	Paredes Salas	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
Daniel Mateo	Platzer De Sucre	Colegio Becquerel	Quito
Julio César	Sanipatín Cano	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
Doménica Isabela	Segovia Torres	Unidad Educativa Cerit	Latacunga
Nicolás	Thur De Koos Rocha	Colegio Intisana	Quito
Joaquín Isaí	Torres Constante	Escuela De Educación Básica Particular Antonio Peña	Loja
Aaron Vicente	Valdiviezo Sandoval	Punto De Partida	Loja
Emilio Andrés	Villacís Gualán	Colegio Intisana	Quito
Juan Simón	Villegas Ramirez	Colegio Intisana	Quito
Camila Simoneth	Vivanco Ordoñez	Punto De Partida	Loja
Valeria	Vulgarín	Unidad Educativa Particular Bilingüe Ángel Polibio Chaves	Alangasí

Primer Nivel Juvenil

Medallas

MEDALLA	NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
ORO	Luis Enrique	Guamanquispe Flores	Atenas	Ambato
	Paula Beatríz	Hidalgo Sánchez	Unidad Educativa Fiscomisional Calasanz	Loja
	Joaquín	Quevedo Román	Colegio Intisana	Quito
	Isaac	Ruales Santos	Unidad Educativa Stella Maris	Manta
	Sofía	Schührer Rivadeneira	Colegio Alemán Quito	Quito
	Amir Antonio	Vizcaíno Macancela	Unidad Educativa Particular Bilingüe Logos Academy	Guayaquil
PLATA	Paula Antonia	Cazco Chuquimarca	Ism Quito	Quito
	Estefano	Gómez Marriott	Unidad Educativa Particular Bilingüe Logos Academy	Guayaquil
	Martina Anahí	Oñate Burneo	Unidad Educativa Bilingüe Martim Cerere	Quito
	Jeremy Santiago	Quishpe Quizphe	Unidad Educativa Fiscomisional Mater Dei	Loja
	Rafaela	Salgado López	Colegio Católico José Engling	Quito
	Graciana Elizabeth	Señalin Jara	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
BRONCE	Lugina Maite	Andrade Farez	Unidad Educativa Particular Tia Patty	Machala
	Sebastián	Arboleda Tello	Liceo Campo Verde	Quito
	Alejandro David	Barreno Vélez	Liceo Campo Verde	Quito
	Ricardo José	De Blas Camacho	Torremar	Daule
	Héctor Esteven	Esparza Lovo	Colegio de Bachillerato Particular Miguel Ángel Suárez	Loja
	Antonella Alegría	Espinosa Jaramillo	Colegio Católico José Engling	Quito
	Ariel Esteban	Flores Cevallos	Liceo Campo Verde	Quito
	Marías Simón	Gómez Salazar	Liceo Campo Verde	Quito
	Juan Carlos	Gonzáles Quintana	Unidad Educativa Stella Maris	Manta
	Erwin Alejandro	González Rivera	Colegio Intisana	Quito
	Hamilton Ariel	Granda Aguilar	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
	Anni	Hu	Colegio Alemán Quito	Quito
	Alex David	Jaramillo Duque	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
	Gabriel Alejandro	Jaramillo Muñoz	Unidad Educativa Bilingüe Martim Cerere	Quito
	Diego Alejandro	López Rodríguez	Liceo José Ortega Y Gasset	Quito
	Brenda	Matinez Ramos	Brenda Martinez Ramos	Portoviejo
	Julián Alejandro	Montaluisa Montaluisa	Colegio Becquerel	Quito
	Joaquín Mauricio	Morocho Vera	Colegio Católico José Engling	Quito
	Jhustin Emanuel	Muñoz Cuenca	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
	Xavier Alejandro	Muñoz Rodriguez	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
	Diego Alejandro	Noblecilla Barcia	Torremar	Daule
	Carla Doménica	Paredes Portilla	Unidad Educativa Particular La Colina	Ibarra
	Isabella Martina	Rivera Solórzano	Unidad Educativa Particular Bilingúe Logos Academy	Guayaquil
	Linna	Shen	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Thiago José	Silva Zavala	Torremar	Daule
	Joaquín	Vargas Granda	Johannes Kepler	Quito
	Angee Ziyan	Ye He	Unidad Educativa Particular Politécnico	Guayaquil
	Sebastián Daniel	Yépez Sandoval	Unidad Educativa Particular Bilingüe Interamericano	Guayaquil
	Jimmy Lenín	Zambrano Yaguarema	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora

Mención Honorífica

NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
Nicolás Sebastián	Adriano De La Torre	Ism Quito	Quito
Leonardo Joaquín	Arichabala Salazar	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Sebastián Anibal	Ayabaca Muñoz	Unidad Educativa Bilingue Martim Cerere	Quito
Rebeca Nicole	Barragán Pila	Saint Dominic School	Quito
Keyla Samantha	Beltrán Luzuriaga	Unidad Educativa Rafael Suarez Meneses	Ibarra
Nelson Fernando	Carapaz Lucio	Unidad Educativa Fiscal Eugenio Espejo	Quito
Elio Gabriel	Castro Yanangómez	Unidad Educativa Fiscomisional "Mater Dei"	Loja
Juliana	Díaz Yarad	Unidad Educativa Cerit	Latacunga
Yuliana Anahí	Hernandez Aguilar	Hope Christian Academy	Pedro Moncayo
Juan Sebastián	Hidalgo Estrada	Colegio Católico José Engling	Quito
Melanie Cristina	Lamingo Valenzuela	Unidad Educativa Fiscomisional La Inmaculada	Latacunga
Kevin Santiago	Macías Cangas	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
Gabriela Victoria	Martínez Montero	Unidad Educativa Bilingüe Delta	Samborondón
Marciala Esther	Miranda Cervantes	Unidad Educativa Fiscomisional La Inmaculada	Latacunga
Amelia Monserrat	Narváez Fierro	Unidad Educativa Fiscomisional Calasanz	Loja
Ivanna Leonor	Navas Mera	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
Joaquín	Prieto Espinoza	Colegio Americano	Quito
David Alexander	Pulla Castro	Unidad Educativa Fiscomisional "Mater Dei"	Loja
Joffre André	Rovayo Aguilar	Unidad Educativa Bilingüe Educamundo	La Aurora
Jordan Ricardo	Rugel Moreira	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
Robert Nicolay	Salazar Samaniego	Unidad Educativa Combatientes De Tapi	Riobamba
Matías Alejandro	Torres Roman	Unidad Educativa Fiscomisional Calasanz	Loja
Leonel Ignacio	Vargas Moreira	Unidad Educativa Particular Bilingue Interamericano	Guayaquil
María Andrea	Velásquez Motesdeoca	Unidad Educativa Bilingüe Delta	Samborondón
Hilder Matías	Vera Alvarez	Colegio Intisana	Quito

Segundo Nivel Juvenil

Medallas

MEDALLA	NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
ORO	Rommel Paúl	Bermúdez Salvatierra	Unidad Educativa Zarán	Quito
	Keny Ezau	Carlosama Morales	Unidad Educativa Zarán	Quito
	Anna	Hu	Colegio Alemán Quito	Quito
	Denny	Liu Zhang	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Nicolás	Martínez Álvarez	Colegio Alemán Quito	Quito
	Martín Sebastián	Peñaherrera Freire	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Luis Eduardo	Reyes Romero	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
	Francisco Mateo	Soria Vasquez	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
	Victoria Isabella	Zambrano López	Unidad Educativa Stella Maris	Manta
	Luis Fernando	Zavala Freire	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
PLATA	Pedro Miguel	Alvarez Vega	Torremar	Daule
	Xavier Alejandro	Avilés Galarza	Torremar	Daule
	Esteban Zeyu	Cai Chen	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Ricardo Antonio	Chinga Mejia	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
	Heet Sohilkumar	Chovatiya Chovatiya	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Cesar Eduardo	Correa Luzuriaga	Unidad Educativa Fiscomisional Calasanz	Loja
	Ana Miguela	Cubillos Villacreces	Unidad Educativa Bilingüe Delta	Samborondón
	Marthin	De La Cadena	Colegio Alemán Quito	Quito
	Mia Leonor	Dunn Bertha	Unidad Educativa Bilingüe Delta	Samborondón
	Nelson Adriel	Loor Martínez	Unidad Educativa De Fuerzas Armadas Fae No 3 Taura	Yaguachi
	Leonardo José	Lozano Portilla	Unidad Educativa Bilingue Martim Cerere	Quito
	Santiago Gabriel	Marcial Terán	Colegio Intisana	Quito
	Jorge Eduardo	Muñoz Gaibor	Colegio Americano	Quito
	Ming Yu	Wang	Academia Cotopaxi	Quito
BRONCE	Dorian Isahi	Alvarez Zurita	Unidad Educativa Oxford	Salcedo
	Aldo Camilo	Andaluz Guamán	Unidad Educativa De Fuerzas Armadas Fae No 3 Taura	Yaguachi
	Edgar Bolivar	Belalcázar Palacios	Instituto Nacional Mejía	Quito
	Diego Nicolás	Cadena Reyes	Colegio Intisana	Quito
	Diego Ricardo	Cango Clavijo	Colegio Intisana	Quito
	Teo Patricio	Cevallos Correa	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
	Francisco José	Cháves Andrade	Colegio Americano	Quito
	Mario Nicolás	Escalante Plaza	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Diego Alejandro	González Zavaleta	Abdón Calderón Ipac	Samborondón
	Valeria Salome	Granda Granda	Unidad Educativa Bilingue Martim Cerere	Quito
	Andrés David	Martínez Reategui	Unidad Educativa Fiscomisional Mater Dei	Loja
	Esteban Andrés	Miranda Toro	Colegio Intisana	Quito
	Sebastián Matías	Pinos Cevallos	Ism Quito	Quito
	Rafaella Valentina	Porras Chiriboga	Colegio Católico José Engling	Quito
	Michael David	Ramos Ochoa	Unidad Educativa De Fuerzas Armadas Fae No 3 Taura	Yaguachi
	Isaac Paúl	Tenelema Chacón	Unidad Educativa Particular Bilingue Interamericano	Guayaquil

Mención Honorífica

NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
Cesar Alejandro	Alarcón Galárraga	Unidad Educativa Jahibé	Quito
Karla Fernanda	Almeida Bolaños	Unidad Educativa Franzdc School	Ibarra
Valentina Sofía	Alvarado Sandoval	Unidad Educativa Bilingue Martim Cerere	Quito
Matías Sebastián	Arizaga Lara	Colegio Becquerel	Quito
María Raphaela	Arreaga Estevez	Unidad Educativa Particular Politécnico	Guayaquil
Paula	Arteaga Jácome	Colegio Becquerel	Quito
Eduardo Alfonso	Arteaga Montiel	Unidad Educativa Liceo Cristiano De Guayaquil	Guayaquil
Isidro Jose	Ayora Sánchez	Unidad Educativa El Sauce	Quito
María Alejandra	Briones Piguave	Rocafuerte	Rocafuerte
Estefany Camila	Cajas Cisneros	Unidad Educativa Cerit	Latacunga
Gabriel Alexander	Coque Mena	Unidad Educativa Oxford	Salcedo
Rafaela	Del Pozo Chiriboga	Colegio Americano	Quito
José Fernando	Echeverria Del Pozo	Torremar	Daule
David Joaquín	Erazo Reyes	Colegio Intisana	Quito
Emilio	Espinosa Dávalos	Colegio Americano	Quito
Mathias Sebastián	Garay Pazmiño	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
William Andree	Gómez Mejía	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
David Israel	González Hurtado	Unidad Educativa Fiscomisional "Mater Dei"	Loja
Brenda Susana	López Ortíz	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Nicole Michelle	López Ortíz	Unidad Educativa Lev Vygotsky	Sangolquí
Emilio José	Marroquín Jarrín	Liceo José Ortega Y Gasset	Quito
Bernardo	Miranda Vivero	Atenas	Ambato
Martín Andrés	Montenegro Defaz	Colegio Intisana	Quito
Sergio David	Morocho Ramírez	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
José Miguel	Navas Núñez	Unidad Educativa Oxford	Salcedo
Shirley De Los Angeles	Pacha Guaman	Atenas	Ambato
José María	Páez Gándara	Colegio Americano	Quito
Jefferson Andrés	Pérez Guerrero	Unidad Educativa Fiscomisional San Francisco	Ibarra
Isaac Benjamín	Pino Romero	Zayerina Romero Campos	Quito
María Angélica	Proaño Barrientos	Colegio Católico José Engling	Quito
Yael Omar	Puruncajas Guzmán	Unidad Educativa Jahibé	Quito
Luis Alfredo	Rodas Astudillo	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
Julián Andrés	Román Trujillo	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
María Paz	Romero Sotomayor	Colegio Católico José Engling	Quito
Emilia Beatríz	Serrano Vásquez	Unidad Educativa Bilingüe Delta	Samborondón
Cristhoper Dario	Sivisaca Quizhpe	Registro Individual	Loja
Aitana Sophia	Solarte Masaquiza	Unidad Educativa Bilingue Martim Cerere	Quito
Rafaela	Ulloa Ávila	Colegio Católico José Engling	Quito
Patricio	Valarezo Córdova	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
Florencia Raquel	Vela Cepeda	Colegio Alemán Quito	Quito
Andrea Cristina	Verdugo Ochoa	Unidad Educativa Particular Bilingue Ecomundo	Guayaquil
Genny Siulang	Yenchong Franco	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
Amelia Raquel	Zambrano Vasco	Unidad Educativa Cruz Del Norte	Portoviejo

Tercer Nivel Juvenil

Medallas

MEDALLA	NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
ORO	Adrian Camilo	Cerda Morocho	Leonidas Antonio Cerda Romero	Guano
PLATA	Inés Isabella	Abad Pesántez	Unidad Educativa Pasos	Cuenca
	Matthew Alexander	Jácome Luzpa	ISM North (ISM International Academy)	Quito
	Víctor Alfonso	Marriott Espinoza	Unidad Educativa Liceo Cristiano De Guayaquil	Guayaquil
	Pablo Andrés	Páez Guerrero	ISM North (ISM International Academy)	Quito
	Israel Alejandro	Soto Bustamante	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
	Emilio Alexander	Zamora Wong	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
BRONCE	Emilio Stefano	Cevallos Bigalli	Torremar	Daule
	Jiedan	Ding	Academia Cotopaxi	Quito
	Gabriel Isaac	Grijalva Andrade	Colegio Intisana	Quito
	María José	Indacochea Rosado	Unidad Educativa Particular Bilingüe "Logos Academy"	Guayaquil
	Gianni Xavier	Jaramillo Bernardi	Unidad Educativa Pasos	Cuenca
	Nicole Michaela	Kijner Armendáriz	Ism Quito	Quito
	Matthew Joseph	Labatte Norena	Academia Cotopaxi	Quito
	Ricardo Andre	Loayza Rolo	Unidad Educativa Liceo Cristiano De Guayaquil	Guayaquil
	Mateo Daniel	Marañón Kirk	Colegio Americano	Quito
	Jorge Adel	Miño Armijos	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
	José Iván	Salazar Macías	Unidad Educativa Particular Politécnico	Guayaquil
	Juan Rodrigo	Salguero Córdova	Colegio Americano	Quito
	Josue Sebastian	Santacruz Poveda	Ism Quito	Quito
	Ángel Elías	Tapia Pazmiño	ISM North (ISM International Academy)	Quito
	Alexis Alfonso	Tapia Verdugo	ISM North (ISM International Academy)	Quito
	Emilio Andrés	Vanegas Espinosa	Unidad Educativa Pasos	Cuenca
	Paula	Vega Rodríguez	Academia Cotopaxi	Quito

Mención Honorífica

NOMBRES	APELLIDOS	INSTITUCIÓN	CIUDAD
Sebastián Javier	Dalgo Núñez	Colegio Alemán Quito	Quito
Patricio Giusseppe	Daza Daza	Unidad Educativa Arco Iris	Portoviejo
Wilhelm Ramón	Gonce Quintana	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
José Eduardo	Loyola Landivar	Unidad Educativa Pasos	Cuenca
Johanna Patricia	Mogrovejo Romero	Colegio De Bachillerato Particular Antonio Peña Celi	Loja
Mateo Stefano	Rivera De La Cueva	Colegio Intisana	Quito
Vladimir Josué	Vásquez Soto	Unidad Educativa Particular San Gerardo	Loja
Zhenming	Wang	Academia Cotopaxi	Quito
Yu Qi	Yan Lin	Unidad Educativa Santa María	Machala

PRIMER NIVEL INFANTIL

Preguntas y soluciones

1. **Un número capicúa es un número que se lee de forma idéntica tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda; por ejemplo, 313, 222, y 7117 son números capicúa. ¿Cuántos números capicúa de tres cifras existen?**

   Solución. los números naturales capicúa de tres cifras los podemos agrupar de la siguiente forma:

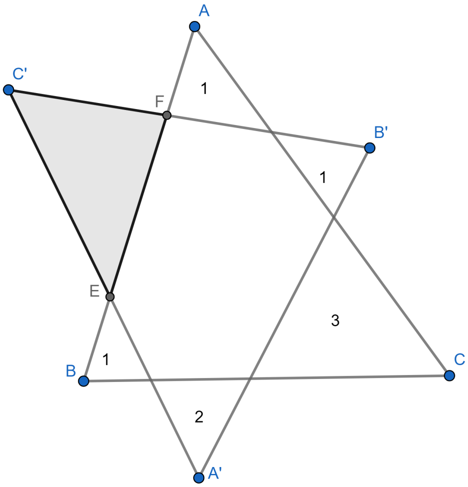
   $$\{101, 111, 121, ..., 191\}, \{202, 212, 222, ..., 292\}, ..., \{909, 919, 929, ..., 999\}$$

   Esta agrupación tiene 9 grupos y cada grupo contiene 10 números capicúa. Por tanto, existen 90 números naturales capicúa de tres cifras. □

2. **Un agricultor debe colocar semillas en un terreno cuadrado. El terreno está dividido en 9 partes iguales y el agricultor decide sembrar de la siguiente forma: en la parte número uno coloca una semilla, en la número 2 el doble de semillas que en la 1, en la 3 el doble de semillas que en la 2, y así sucesivamente hasta completar las 9 partes. ¿Cuántas semillas sembrará en la parte número 9?**

   Solución. El terreno va a ser dividido en 9 partes iguales y cada parte numerada del 1 al 9. Para la siembra debe mantenerse ese orden. En la parte número 1 se colocará 1 semilla, en la parte número 2 el doble de la parte 1, es decir 2 semillas, en la parte número 3 se colocarán el doble que en la parte número 2, es decir 4 semillas y así sucesivamente. Se observa entonces que para determinar la cantidad siguiente es necesario multiplicar por 2 a la cantidad anterior. Por lo tanto se tiene que:
   Parte 1: 2^0 semillas.
   Parte 2: 2^1 semillas.
   Parte 3: 2^2 semillas.
   $\vdots$
   Parte 9: 2^8 semillas.
   Por lo tanto, para la parte número 9 se necesitarán 256 semillas. □

3. **Dos triángulos iguales se colocan uno sobre otro. Al hacer esto se forman otros triángulos pequeños como se muestra en la figura. Los números en su interior representan el área en centímetros cuadrados de estos triángulos pequeños. ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?**



Solución. El área, en metros cuadrados, del primer triángulo es igual a

$$1 + 1 + 3 + \text{área del hexágono};$$

el área, en metros cuadrados, del segundo triángulo es igual a

$$1 + 2 + \text{área sombreada} + \text{área del hexágono}$$

Como los dos triángulos son iguales, se tiene que

$$5 + \text{área del hexágono} = 3 + \text{área sombreada} + \text{área del hexágono}$$

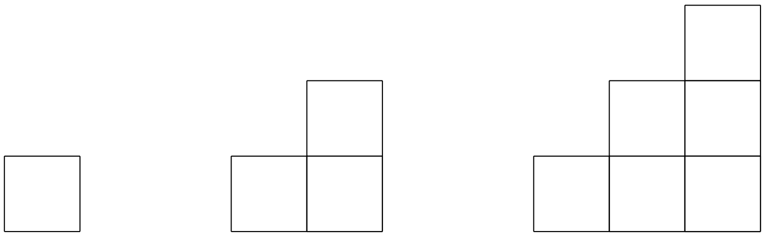
$$\Longrightarrow \quad \text{área sombreada} = 2$$

Por tanto, el área del triángulo sombreado es igual a 2 metros cuadrados. □

4. **¿Cuántos años pares han pasado desde el año 501 hasta el 2023?**

   Solución. Los años se representan con números enteros positivos. Los enteros positivos se alternan entre números impares y pares. Como desde al año 501 hasta el año 2023 han pasado 1522 años (sin incluir el 501), entonces la mitad de esos años deben ser pares, es decir 761 años pares. □

5. **El profesor de Jaime le encarga construir escaleras usando cajas; la forma de construir las escaleras se muestra a continuación: la primera figura es una escalera de una caja, luego una escalera con dos cajas en la base, y a la derecha una escalera con tres cajas en la base.**



Siguiendo esta forma de construcción, ¿cuántas cajas en total se necesitan para construir una escalera que tiene 100 cajas en la base?

Solución. Bajo la estructura solicitada, se necesitarán 100 cajas en la base, 99 en el primer nivel, 98 en el segundo nivel, y así sucesivamente hasta alcanzar el nivel 100 donde se necesitará 1 sola caja. Por tanto el número total de cajas para construir la escalera será:

$$100 + 99 + 98 + \ldots + 3 + 2 + 1$$

Sumando pares de números de la forma:

$$(100 + 1) + (99 + 2) + (98 + 3) + \ldots + (51 + 50)$$

se obtienen 50 pares con valor 101. Por tanto la suma es igual a $101 \times 50 = 5050$. $\square$

Segundo Nivel Infantil

Preguntas y soluciones

1. **Para el período de vacaciones tus padres te ofrecen inscribirte en algunas de las siguientes actividades: básquet, fútbol, pintura, música o ajedrez; estas actividades se realizan de lunes a viernes en los siguientes horarios:**

Actividad	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Básquet	2-3			3-5	
Fútbol		4-5			3-4
Pintura		3-4	4-5		
Música	2-3				
Ajedrez			4-5		3-4

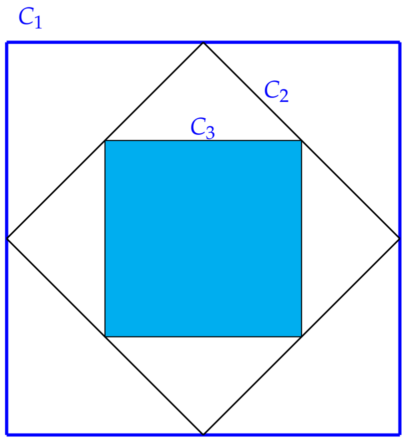
Si escoges una actividad, debes asistir a todos los horarios planificados de lunes a viernes. Como podrás observar algunas actividades no se pueden realizar juntas pues en ciertos días los horarios coinciden. ¿Cuál es el mayor número de actividades que puedes realizar en las vacaciones sin que exista un impedimento de horario?

Solución. Cada actividad tiene al menos un horario que coincide con otra actividad en algún día; es decir, siempre existen dos actividades que no se pueden realizar simultáneamente. Así, el mayor número de actividades que se puede realizar sin que exista conflicto de horario es tres; por ejemplo: básquet, fútbol y pintura. □

2. **El siguiente producto contiene los primeros 20 números** $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 18 \cdot 19 \cdot 20$**, y al realizar todas las operaciones se obtiene un número bastante grande y con varios dígitos. Hallar los últimos tres dígitos de este gran número.**

Solución. En el producto aparecen los números 2, 5, 10, 20. El producto de estos cuatro números es 2000. Es decir que al multiplicar todos los números del 1 al 20 obtendremos un múltiplo de 2000. Como todo múltiplo de 2000 acaba en tres ceros los últimos 3 dígitos del número $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 18 \cdot 19 \cdot 20$ serán 000. □

3. **A partir del cuadrado grande externo C_1, del cual su lado mide 4cm, se han dibujado primero el cuadrado C_2, uniendo los puntos medios de cada lado de C_1 y luego repitiendo el proceso para C_2 se ha creado el cuadrado C_3. Éste último está sombreado en el dibujo. ¿Cuál es el área del cuadrado sombreado que se ha creado?**



Solución. El área del cuadrado C_1 es $A = l^2$, con $l = 4$, por lo tanto el área de C_1 es de $16cm^2$. Por la forma de construcción de C_2 éste tiene la mitad del área de C_1, por lo cual el área de C_2 es de $8cm^2$. Finalmente, por la forma de construcción, el área de C_3 es la mitad del área de C_2, por lo que el área buscada es de $4cm^2$. □

4. **Una rana verde da saltos de 18 centímetros y una rana roja da saltos de 24 centímetros. Ambas ranas se colocan en una pista recta que mide 2023 centímetros y comienzan a saltar hasta recorrer toda la pista, mientras tanto se colocan puntos verdes en los puntos donde estuvo la rana verde y puntos rojos donde estuvo la rana roja. Al terminar, se observa que existen lugares de la pista con puntos verdes, otros lugares con puntos rojos y otros con puntos verdes y rojos al mismo tiempo. Hallar la distancia desde el inicio de la pista hasta el último punto donde se encuentra un punto verde y rojo al mismo tiempo.**

   Solución. Hay marcas verdes en todos los múltiplos de 18 y rojas en todos los múltilpos de 24. Observamos que el menor número que es múltiplo de 18 y 24 al mismo tiempo es el 72 (en otras palabras el mínimo común múltiplo). Es decir que cada 72 centímetros encontraremos marcas verdes y rojas en el mismo lugar: marcas verdes pues 72 es múltiplo de 18 y marcas rojas pues 72 también es múltilpo de 24. Para encontrar el último lugar en el cual hay un múltiplo de 72 en la pista dividimos 2023 por 72. Al hacer la división de 2023 por 72 obtenemos un resultado de 28 con un residuo de 7. Al quitar el residuo de 7 del número 2023, obtenemos el último múltiplo de 72 antes de llegar a 2023, este es el número 2016. Luego la distancia desde el inicio de la pista hasta el último punto donde encontramos un punto verde y un rojo en el mismo lugar es 2016 centímetros. □

5. **Un número capicúa es un número que se lee de forma idéntica tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda; por ejemplo, 313, 222, y 7117 son números capicúa. ¿Cuál es la suma de todos los dígitos de todos los números capicúa de tres cifras?**

   Solución. los números naturales capicúa de tres cifras los podemos agrupar de la siguiente forma:

$$\{101, 111, 121, ..., 191\}, \{202, 212, 222, ..., 292\}, ..., \{909, 919, 929, ..., 999\}$$

   La suma de los dígitos del primer grupo es igual a la suma de los dígitos en la segunda posición más dos veces la suma de los dígitos de la primera posición, es decir, es igual a $45 + 10 * 2$. Siguiendo este razonamiento, la suma de los dígitos del segundo grupo es igual a $45 + 20 * 2$ hasta llegar al último grupo cuya suma es $45 + 90 * 2$. Así, la suma de todos los dígitos es igual a

$$\begin{aligned}
\text{suma} &= (45 + 10 * 2) + (45 + 20 * 2) + \cdots + (45 + 90 * 2) \\
\text{suma} &= 45 * 9 + 10 * 2 + 20 * 2 + \cdots + 90 * 2 \\
\text{suma} &= 45 * 9 + 20(1 + 2 + \cdots + 9) \\
\text{suma} &= 45 * 9 + 20 * 45 = 1305
\end{aligned}$$

$\square$

Primer Nivel Juvenil

Preguntas y soluciones

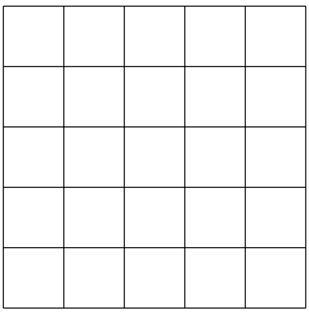
1. **Dividir el conjunto de números del 1 al 7 en dos subconjuntos que tengan la misma suma.**

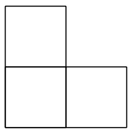
   Solución. Podemos ver que $1 + \ldots + 7 = 28$ y luego cada subconjunto debe sumar 14. Podemos ver que
   $$7 + 1 + 6 = 14 = 2 + 3 + 4 + 5$$
   es una de las posibles soluciones. □

2. **Jaime escribe un programa en la computadora tal que si le ingresa un número, el programa lo multiplica por 10, luego le resta 1 y muestra ese resultado. Por ejemplo, si ingresa el número 5, la computadora le muestra el número $10 \times 5 - 1 = 49$. Jaime ingresa inicialmente el número 2023 y ejecuta el programa 5 veces ingresando el resultado mostrado en el paso anterior. Hallar el último número que muestra la computadora.**

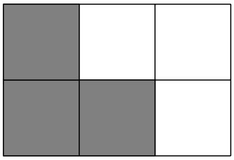
   Solución. El primer resultado es $10 \times 2023 - 1 = 20229$.
   El segundo resultado es $10 \times 20229 - 1 = 202289$.
   El tercer resultado es $10 \times 202289 - 1 = 2022889$.
   El cuarto resultado es $10 \times 2022889 - 1 = 20228889$.
   El quinto resultado es $10 \times 20228889 - 1 = 202288889$. □

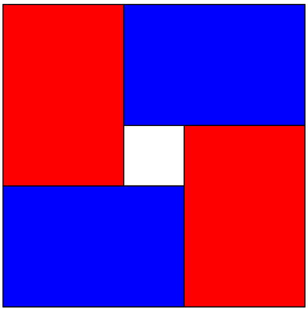
3. **Se desea colocar fichas en formas de L como las que se muestran que ocupan 3 casillas en un tablero de 5×5 sin traslaparse y sin salirse del mismo. Es permitido rotar las fichas.**
   Mostrar que se pueden colocar las fichas dejando la casilla central libre.





   Solución. Notar que se puede llenar un rectángulo de 2×3 como se muestra en la figura de la izquierda. Luego se puede llenar el tablero de 5×5 dejando la casilla central vacía llenando como se muestra en la figura derecha.



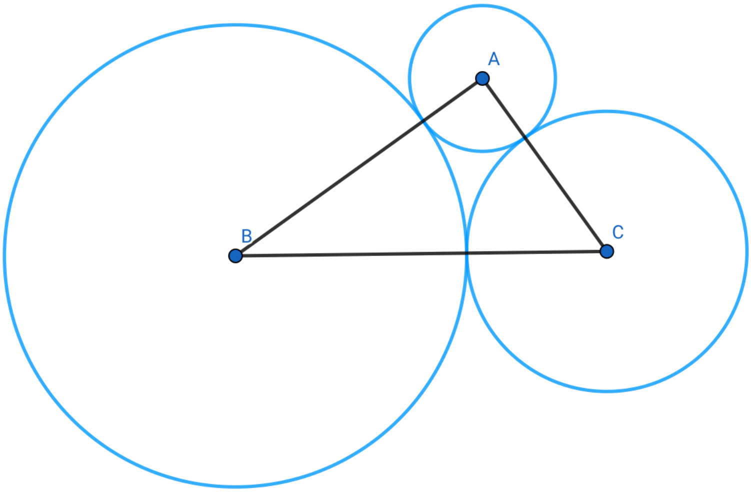


□

4. **En un cuarto cuadrado con lado 10 metros se quieren colocar dos alfombras cuadradas ambas de lado 6 metros, de modo que los lados de las alfombras queden paralelos a los lados del cuarto.**
Hallar el mínimo valor del área que queda sin cubrir por las alfombras.
Nota: Se permite que las alfombras se traslapen.

   Solución. Es claro que no hay forma de colocar las alfombras sin que se traslapen. Para minimizar el área descubierta, debemos maximizar el área cubierta. Por ende debemos minimizar el traslape entre las alfombras.
   El traslape entre las alfombras se minimiza cuando están los más separadas. Notemos que por la forma de colocar las alfombras, el traslape tiene forma de rectángulo con lados paralelos al cuarto. Como $6 + 6 = 12$, entonces el traslape mínimo es de 2 metros en cada dirección. Luego el área traslapa mínima es $2 \times 2 = 4$.
   Luego el área cubierta máxima es $36 + 36 - 4 = 68$ y por ende el área descubierta mínima es $100 - 68 = 32$. □

5. **En la siguiente figura las circunferencias son tangentes entre sí y tienen centros A, B, y C, respectivamente, y el ángulo $\angle BAC$ es recto. Si se sabe que las circunferencias de centro A y C tienen radios 4 y 6, respectivamente, hallar el radio de la circunferencia de centro B.**



Solución. Sea r el radio de la circunferencia de centro B. Como las circunferencias son tangentes entre sí, entonces los puntos de tangencia y los centros de las circunferencias son colineales, por ende la distancia entre centros es igual a la suma de los radios respectivos. Luego

$$AB = r + 4, \quad AC = 10, \quad BC = r + 6$$

El triángulo ABC es rectángulo, luego el teorema de Pitágoras implica que

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\begin{aligned} (r+4)^2 + 10^2 &= (r+6)^2 \\ \Longrightarrow \quad r^2 + 8r + 116 &= r^2 + 12r + 36 \\ \Longrightarrow \quad 80 = 4r \quad &\Longrightarrow \quad r = 20 \end{aligned}$$

Luego el radio de la circunferencia de centro B es igual a 20. □

SEGUNDO NIVEL JUVENIL

Preguntas y soluciones

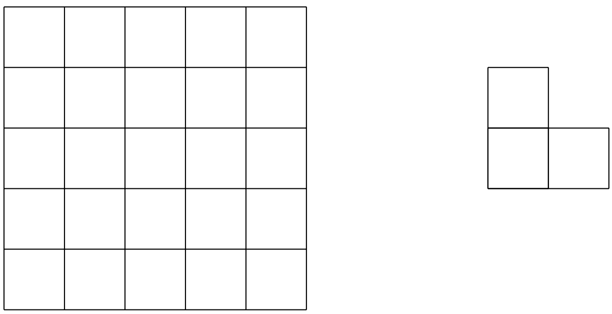
1. **Jaime escribe un programa en la computadora tal que si le ingresa un número, el programa lo multiplica por 10, luego le resta 1 y muestra ese resultado. Por ejemplo, si ingresa el número 5, la computadora le muestra el número $10 \times 5 - 1 = 49$. Jaime ingresa inicialmente el número 2023 y ejecuta el programa 100 veces ingresando el resultado mostrado en el paso anterior. Hallar el último número que muestra la computadora.**

   Solución. El primer resultado es $10 \times 2023 - 1 = 20229$.
   El segundo resultado es $10 \times 20229 - 1 = 202289$.
   El tercer resultado es $10 \times 202289 - 1 = 2022889$.
   El cuarto resultado es $10 \times 2022889 - 1 = 20228889$.
   Podemos notar que en el paso i el número es $2022\underbrace{8\ldots8}_{i-1}9$. Si ingresamos el número $2022\underbrace{8\ldots8}_{i-1}9$, se obtiene como resultado

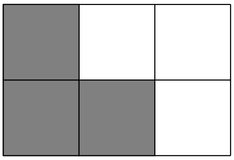
   $$10 \cdot 2022\underbrace{8\ldots8}_{i-1}9 - 1 = 2022\underbrace{8\ldots8}_{i-1}90 - 1 = 2022\underbrace{8\ldots8}_{i-1}89 = 2022\underbrace{8\ldots8}_{i}9$$

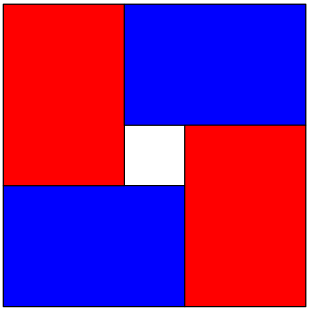
   Concluimos que el número final es $2022\underbrace{8\ldots8}_{99}9$. □

2. **Se desea colocar fichas en formas de L como las que se muestran que ocupan 3 casillas en un tablero de 5×5 sin traslaparse y sin salirse del mismo. Es permitido rotar las fichas.**
   Mostrar que se pueden colocar las fichas dejando sólo una casilla libre.



   Solución. Notar que se puede llenar un rectángulo de 2×3 o 3×2 como se muestra en la figura de la izquierda. Luego se puede llenar el tablero de 5×5 dejando la casilla central vacía llenando como se muestra en la figura derecha.





Nota: Es posible dejar otras casillas vacías. $\square$

3. **Danielle escribe todos los números del 1 al 100 en una pizarra y luego elimina todos los múltiplos de 7. Finalmente, Danielle suma todos los números restantes. Hallar el valor de dicha suma.**

Solución. Veamos que $1 + 2 + 3 + \ldots + 100 = \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$. Ahora vamos a hallar la suma de los números eliminados. Los números eliminados son $7, 14, \ldots, 98$ Luego

$$7 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + \ldots 7 \cdot 14 = 7(1 + 2 + 3 + \ldots + 14) = 7\frac{14 \cdot 15}{2} = 49 \cdot 15 = 735$$

Luego la suma de los números restantes es $5050 - 735 = 4315$. $\square$

4. **Determinar si existe un número de dos dígitos $\overline{ab}$ tal que**

$$\overline{ab} = 2 \times \overline{ba}$$

Solución. El número $\overline{ab}$ es par, luego b es par. Como $\overline{ab} \leq 99$, entonces $\overline{ba} \leq 49$. Por ende $b \leq 4$.

- $b = 0$, entonces se tiene que $10a = 2a$ que es imposible.
- $b = 2$, entonces se tiene que $10a + 2 = 40 + 2a$ y $4a = 19$ que es imposible.
- $b = 4$, entonces se tiene que $10a + 4 = 80 + 2a$ y $2a = 19$ que es imposible.

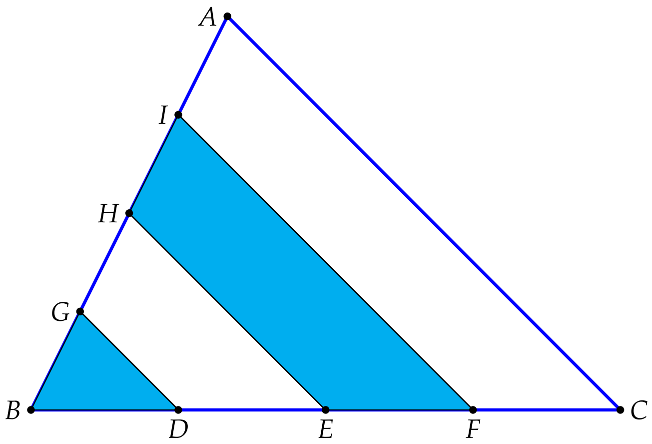
Concluimos que no existe dicho número de dos dígitos. $\square$

Solución 2. Se tiene que $\overline{ab} = 10a + b$ y la ecuación implica

$$10a + b = 2(10b + a) \implies 8a = 19b$$

Si $b = 0$, entonces $a = 0$, lo cual no es posible. Luego 8 divide a $19b$ y por ende 8 divide a b, entonces $b = 8$ y por ende $a = 19$, lo cual no es posible.
Concluimos que no existe dicho número de dos dígitos. $\square$

5. **El triángulo ABC tiene área 1. Sobre el lado BC se escogen puntos D, E, F tales que $BD = DE = EF = FC$. Por los puntos D, E, F se trazan rectas paralelas al lado AC, que intersectan al lado AB en los puntos G, H, I, respectivamente. Se pintan las áreas de las figuras alternando entre negro y blanco. Hallar la diferencia entre las áreas negras y las áreas blancas.**



Solución. Se conoce que si los lados de un triángulo tienen razón r, entonces sus áreas tienen razón r^2. Luego

$$\text{Area}(BDG) = \frac{1}{16}$$

$$\text{Area}(BEH) = \frac{1}{4}$$

$$\text{Area}(BFI) = \frac{9}{16}$$

Luego

$$\text{Area}(DEHG) = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$

$$\text{Area}(FCAI) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Luego el área blanca es $\frac{3}{16} + \frac{7}{16} = \frac{5}{8}$ y por ende el área negra es $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$. Se concluye que la diferencia entre las áreas es

$$\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

□

TERCER NIVEL JUVENIL

Preguntas y soluciones

1. **Sean** x, y **números reales que**

$$|\sin x \cdot \cos y| = 1$$

Hallar los posibles valores de $\sin(x+y)$**.**

Solución. La condición dada implica que

$$|\sin x| \cdot |\cos y| = 1$$

Pero es conocido que $|\sin x| \leq 1$ y $|\cos y| \leq 1$, luego se tiene que

$$|\sin x| = |\cos y| = 1$$

Por ende

$$|\cos x| = \sqrt{1 - (\sin x)^2} = \sqrt{1 - |\sin x|^2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \cos x = 0$$

$$|\sin y| = \sqrt{1 - (\cos y)^2} = \sqrt{1 - |\cos y|^2} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \sin y = 0$$

Finalmente se tiene que

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y = \sin x \cos y$$

Por ende $\sin(x+y)$ puede tomar los valores 1 o -1. Basta escoger $x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ para obtener el valor positivo y $x = \frac{-\pi}{2}, y = 0$ para obtener el valor negativo. □

Solución 2. La condición dada implica que

$$|\sin x| \cdot |\cos y| = 1$$

Pero es conocido que $|\sin x| \leq 1$ y $|\cos y| \leq 1$, luego se tiene que

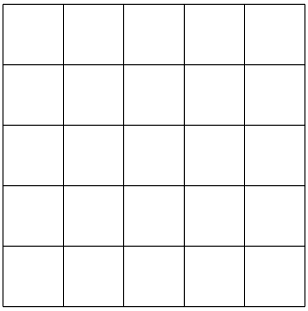
$$|\sin x| = |\cos y| = 1$$

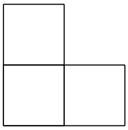
Luego $x = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ para un entero n e $y = m\pi$ para un entero m, por ende

$$x + y = (2n + 2m + 1)\frac{\pi}{2}$$

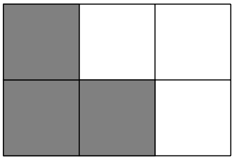
y por ende $\sin(x+y)$ toma los valores 1 o -1. □

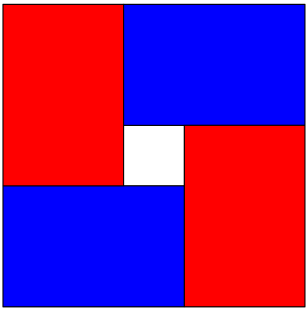
2. **Se desea colocar fichas en formas de L como las que se muestran que ocupan 3 casillas en un tablero de 5×5 sin traslaparse y sin salirse del mismo. Es permitido rotar las fichas.**
   Hallar el máximo número de fichas que se pueden colocar en el tablero.





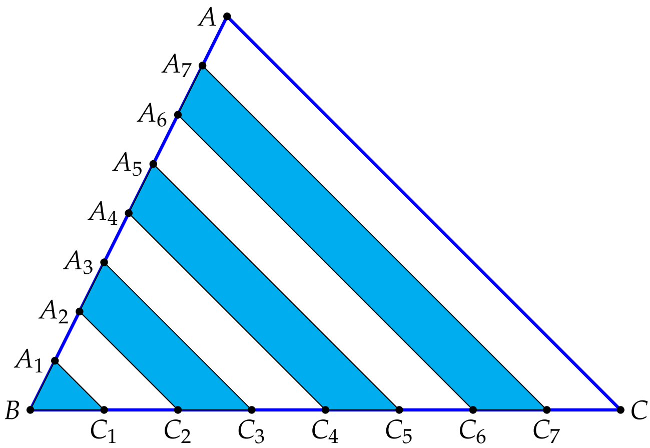
Solución. El tablero tiene 25 casillas y cada ficha ocupa 3 casillas. Luego se pueden colocar a lo sumo $\frac{25}{3}$ fichas. Como la cantidad de fichas es entera, luego el máximo número de fichas posibles es 8. Para demostrar que 8 es el máximo, tenemos que mostrar un ejemplo con 8 fichas, es decir dejando una casilla libre.
Notar que se puede llenar un rectángulo de 2×3 o 3×2 como se muestra en la figura de la izquierda. Luego se pueden llenar el tablero de 5×5 dejando la casilla central vacía llenando como se muestra en la figura derecha con 8 fichas.





Concluimos que el máximo número de fichas que se pueden colocar es 8.
Nota: Es posible dejar otras casillas vacías. $\square$

3. **El triángulo ABC tiene área 1. Sobre el lado BC se escogen puntos $C_1, C_2, \ldots, C_7$ tales que $BC_1 = C_1C_2 = \ldots = C_7C$. Por los puntos $C_1, C_2, \ldots, C_7$ se trazan rectas paralelas al lado AC, que intersectan al lado AB en los puntos $A_1, A_2, \ldots, A_7$, respectivamente. Se pintan las áreas de las figuras alternando entre negro y blanco. Hallar la diferencia entre las áreas negras y las áreas blancas.**



Solución. Se conoce que si los lados de un triángulo tienen razón r, entonces sus áreas tienen razón r^2. Luego para $1 \leq i \leq 7$

$$\text{Area}(BC_iA_i) = \frac{i^2}{64}$$

Luego la k-ésima región blanca tiene área

$$\text{Area}(BC_{2k}A_{2k}) - \text{Area}(BC_{2k-1}A_{2k-1}) = \frac{4k^2}{64} - \frac{4k^2 - 4k + 1}{64} = \frac{4k-1}{64}$$

Luego el área blanca es

$$\frac{3}{64} + \frac{7}{64} + \frac{11}{64} + \frac{15}{64} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

y por ende el área negra es

$$1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

Se concluye que la diferencia entre las áreas es

$$\frac{9}{16} - \frac{7}{16} = \frac{1}{8}$$

□

4. **Determinar si existe un número de tres dígitos $\overline{abc}$ tal que**

$$\overline{abc} = 2 \times \overline{cba}$$

Solución. Se tiene que $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ y la ecuación implica

$$100a + 10b + c = 2(100c + 10b + a) = 200c + 20b + 2a$$

$$98a = 199c + 10b$$

Como $10b$ y $98a$ son pares, entonces c es par. Por otro lado, se tiene que

$$98a \geq 199c > 196c \implies a > 2c$$

Como $9 \geq a > 2c$, entonces $0 \leq c \leq 4$. Luego se tienen 3 casos:

- Si $c = 0$, luego $98a = 10b$ y por ende $49a = 5b$. Lo último implica que $b = 49$, que no es posible.
- Si $c = 2$, luego
$$98a = 398 + 10b \implies 49a = 199 + 5b$$
Pero
$$4 \cdot 49 < 199 \leq 199 + 5b \leq 199 + 5 \cdot 9 = 244 < 5 \cdot 49 \qquad \implies \qquad 4 < a < 5$$
Luego a no puede ser entero.
- Si $c = 4$, luego
$$98a = 796 + 10b \implies 49a = 398 + 5b$$
Pero
$$8 \cdot 49 < 398 \leq 398 + 5b \leq 398 + 5 \cdot 9 = 443 < 9 \cdot 49 \qquad \implies \qquad 8 < a < 9$$
Luego a no puede ser entero.

Concluimos que no existe dicho número de tres dígitos. □

Solución 2. Sabemos que al multiplicar por 2, llevamos uno a la siguiente cifra si el dígito correspondiente es mayor o igual a 5.
Si $c = 0$, entonces $2 \times \overline{cba}$ debe tener 2 cifras, lo cual no es posible. Si $c \geq 5$, entonces $2 \times \overline{cba}$ debe tener 4 cifras, lo cual no es posible. Luego $1 \leq c \leq 4$. Por otro lado, $2 \times \overline{cba}$ es par y por ende c es par. Luego $c = 2$ o $c = 4$.
Adicionalmente, las unidades de $\overline{abc} = 2 \times \overline{cba}$ implican que $c = 2a$ si $a < 5$ o $c = 2a - 10$ si $a \geq 5$. Luego $c = 2$ implica $a = 1$ o $a = 6$ y $c = 4$ implica $a = 2$ o $a = 7$. Las centenas de $\overline{abc} = 2 \times \overline{cba}$ implican que $a = 2c$ o $a = 2c + 1$, pero ninguna de las soluciones anteriores cumple esto.
Concluimos que no existe dicho número de tres dígitos. □

Solución 3. Sabemos que al multiplicar por 2, llevamos uno a la siguiente cifra si el dígito correspondiente es mayor o igual a 5.
Luego las decenas de $\overline{abc} = 2 \times \overline{cba}$ implican que:

- Si $a < 5$ y $b < 5$ que $b = 2b$ y por tanto $b = 0$.
- Si $a < 5$ y $b \geq 5$ que $b = 2b - 10$ y por tanto $b = 10$, que es imposible.
- Si $a \geq 5$ y $b < 5$ que $b = 2b + 1$ y por tanto $b = -1$, que es imposible.
- Si $a \geq 5$ y $b \geq 5$ que $b = 2b - 10 + 1$ y por tanto $b = 9$.

Luego $b = 0$ o $b = 9$. Al igual que en la solución anterior se puede establecer que $1 \leq c \leq 4$. Y para los 8 casos de valores de b y c se puede hallar el correspondiente valor de a resolviendo la ecuación lineal en una variable, y comprobar que se obtiene un valor de a que no es un dígito.
Concluimos que no existe dicho número de tres dígitos. □

5. **En un triángulo cuyos lados miden 5, 12 y 13, se construye la circunferencia inscrita C. Posteriormente, se inscribe en C un hexágono regular, se trazan las apotemas a dos de sus lados adyacentes y se repite este proceso en los lados opuestos diametralmente. Determinar el área del cuadrilátero formado por los pies de las apotemas trazadas.**
Nota: El apotema es el segmento que une el centro de la circunferencia con el punto medio de la cuerda.

Solución. Obsérvese que 5, 12 y 13 corresponden a los lados de un triángulo rectángulo. Ahora, para calcular el área, se tiene que los catetos sirven como altura y base del triángulo. De esta manera,

$$A = \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

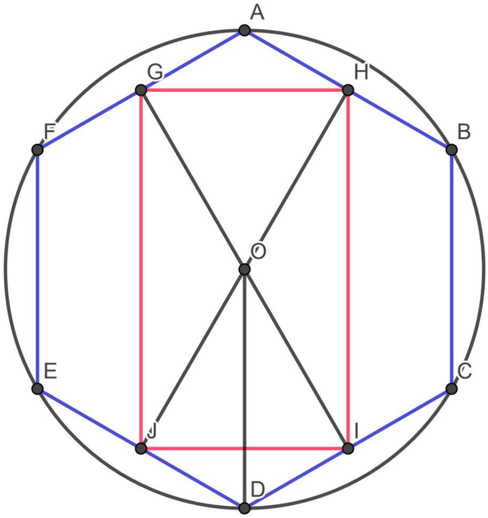
Además, es conocido que $A = s \cdot r$, donde s es el semiperímetro y r el radio inscrito. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} A = s \cdot r \quad &\implies \quad 30 = \frac{5 + 12 + 13}{2} \cdot r \\ &\implies \quad r = 2 \end{aligned}$$

Por propiedad de un hexágono regular inscrito en una circunferencia, su lado es igual al radio, es decir, se tiene un hexágono cuyos lados tienen longitud 2. Por definición, se tiene que la apotema es la distancia más corta del centro del polígono a cualquier lado. Como se tiene un polígono regular, por el teorema de Pitágoras:

$$ap = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$$

Sin pérdida de generalidad, considere la siguiente configuración para el problema:



Obsérvese que el cuadrilátero $JOID$ es cíclico puesto que $\angle OJD = \angle OID = 90^o$. Ahora calcúlese la longitud del segmento JI. Por el teorema de Ptolomeo:

$$OI \cdot DJ + JO \cdot ID = OD \cdot JI$$

Dado que se tiene un héxagono regular, se tiene que $OI = JO = ap$, $ID = DJ = \frac{i}{2}$ y $OD = r$. Por lo tanto,

$$2\left(\frac{i \cdot ap}{2}\right) = JI \cdot r$$

$$\implies \quad 2\sqrt{3} = 2JI \quad \implies \quad JI = \sqrt{3}$$

En consecuencia, el triángulo JOI es equilátero y $\angle OIJ = 60^o$. Nótese que $BC||HI$, por lo cual, $\angle BCD = \angle HID = 120^o$ por ángulos correspondientes. Por consiguiente, $\angle HIO = 30^o$ y por ende, $HIJ = 90^o$. Dado que $EF||BC$, bajo el mismo razonamiento se concluye que $HI||JG$ y $GH||JI$. De esta manera, el cuadrilátero $GHIJ$ es un rectángulo. Ahora, cálculese la longitud del segmento HI. Por el teorema de Pitágoras:

$$HI = \sqrt{(HJ)^2 - (JI^2)} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9} = 3$$

Finalmente, obténgase el área del cuadrilátero.

$$\text{Area}(GHIJ) = JI \cdot HI = 3\sqrt{3}$$

□

Solución 2. Se puede hallar que $r = 2$ de igual forma que en la solución anterior y se concluye que C tiene radio 2 por ser circunscrita a un hexágono regular.
Consideremos la misma configuración de la figura anterior. G y H son puntos medios de AF y AB, respectivamente. Luego por el teorema de la paralela media en triángulos: $GH = \frac{1}{2}FB$ y $GH \parallel FB$. Pero $BF = 2\sqrt{3}$, luego $GH = \sqrt{3}$.
Por otro lado, es conocido que $EF \parallel AD$. G y J son puntos medios de AF y ED, respectivamente. Luego por el teorema de la paralela media en trapecios: $GJ = \frac{1}{2}(EF + AD)$ y $GJ \parallel AD$. Pero $EF = 2$ y $AD = 4$, luego $GJ = 3$.
Como $\angle BFE = 90^\circ$, entonces $BF \perp EF$ y por ende $GH \perp GJ$. Se concluye que $GHIJ$ es rectángulo y por ende

$$\text{Area}(GHIJ) = 3\sqrt{3}$$

□